

HIDRÁULICA DE CANALES

Dr. José Luis Arumí R.

Ing. Civil, Ph.D.

Facultad de Ingeniería Agrícola
Universidad de Concepción

I DEFINICIONES

1.1 Tipos de flujo

El escurrimiento en un canal, ya sea natural o uniforme, puede ocurrir en condiciones de régimen permanente o impermanente.

- Régimen permanente. La altura de escurrimiento o el caudal en un punto son constantes en el tiempo

$$\frac{\partial y}{\partial t} = 0; \frac{\partial Q}{\partial t} = 0$$

- Régimen impermanente. La altura de escurrimiento o el caudal en un punto varían en el tiempo.

$$\frac{\partial y}{\partial t} \neq 0; \frac{\partial Q}{\partial t} \neq 0$$

Dado una condición de régimen permanente o impermanente, el flujo puede ser uniforme o variado:

Dado el régimen permanente, el flujo puede ser:

Flujo uniforme. Corresponde al escurrimiento que tiende a producirse si el canal no presenta variaciones en su trazado.

$$\frac{\partial y}{\partial x} = 0$$

Flujo variado. Corresponde al escurrimiento que tiende a producirse cuando el canal presenta variaciones en su trazado.

$$\frac{\partial y}{\partial x} \neq 0$$

1.2 Definiciones

Radio Hidráulico

Dada una sección de escurrimiento donde:

- A = Area (m²)
 X = Perímetro mojado (m)
 l = Ancho superficial (m)

- Profundidad hidráulica: $D = \frac{A}{l} (m)$
- Radio hidráulico: $R = \frac{A}{X}$

Velocidad de desplazamiento de una onda en un canal

esta dada por la expresión:

$$V_0 = \sqrt{g \frac{A}{l}}$$

Para un canal rectangular : $V_0 = \sqrt{gH} [m / s]$

N° de Froude

Relaciona las fuerzas de inercia con las fuerzas de gravedad.

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{gD}}$$

- v = velocidad media
 D = profundidad hidráulica

Notar $\sqrt{gD} = \sqrt{g \frac{A}{l}} = V_0 =$ velocidad de la onda en un canal

$$\therefore Fr = \frac{V}{V_0}$$

Tipos de régimen

- $Fr > 1 \Rightarrow$ flujo super crítico o régimen de torrente (el agua escurre más rápido que una onda)
- $Fr < 1 \Rightarrow$ flujo sub crítico o régimen de río (la onda es mas rápida que el agua)
- $Fr = 1 \Rightarrow$ régimen crítico

Régimen de río

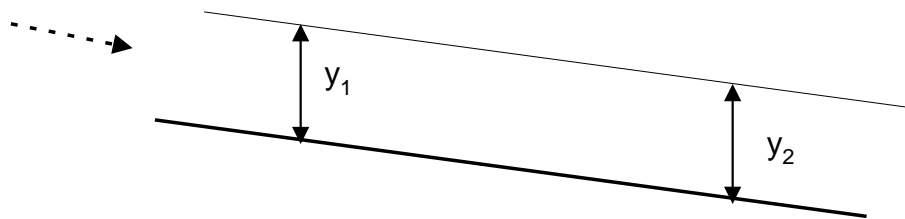
Las ondas producidas por una perturbación son más rápidas que el agua.
El régimen de río es influenciado por aguas abajo

Régimen de torrente

Las ondas son más lentas que el agua
El régimen de torrente es influenciado por aguas arriba

1.3 La energía de canales

Dado un canal que escurre en régimen permanente y con flujo uniforme:



Planteando Bernoulli entre las dos secciones de escurrimiento definidas por y_1 e y_2

$$B_1 = B_2 + hf \Rightarrow \quad B_1 = z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2g}$$

$$B_2 = z_2 + y_2 + \alpha \frac{V_2^2}{2g}$$

Para condiciones de régimen permanente y flujo uniforme, la pérdida de energía corresponde sólo a pérdidas de energía potencial, luego se tiene que:

$$hf = \text{pérdida de energía} = z_1 - z_2$$

En base a lo anterior se puede definir la energía específica (E)

$$E = B - Z \Rightarrow E = y + \frac{v^2}{2g} = y + \frac{Q^2}{2g A^2}$$

Para un canal en régimen permanente y flujo uniforme se tiene $E_1 = E_2$

Para un canal trapezoidal:

$$E = y + \frac{Q^2}{2g \cdot (b \cdot y + y \cdot z)^2}$$

La ecuación anterior resulta ser una ecuación cúbica para y. Esto implica que para un mismo nivel de energía existen dos posibilidades de régimen:

Torrente	$Fr > 1$
Río	$Fr < 1$

Derivando la expresión de la energía con respecto a la altura de escurrimiento se puede demostrar que el escurrimiento crítico se produce asociado a un nivel de energía mínimo.

Para canales trapezoidales

$$Fr^2 = 1 \rightarrow \frac{V^2 l}{gA} = 1 = \frac{Q^2}{g A^3} l$$

Se define

y_c → altura crítica (m)
 $q = \frac{Q}{l}$ caudal por unidad (m^3/s) de ancho

Para canales rectangulares se puede expresar la altura crítica como:

$$y_c = \frac{q^{2/3}}{\sqrt[3]{g}} \quad \text{válido solo canales rectangulares}$$

Energía crítica en canal rectangular

$$E_c = y_c + \frac{Q^2}{1gb^2 y_c^2} = y_c + \frac{q^2}{2g y_c^2}$$

$$q^2 = \left(\frac{Q}{b}\right)^2 = g^* y_c^3$$

$$E_c = y_c + \frac{g^* y_c^3}{2g^* y_c^2} = 1.5 y_c$$

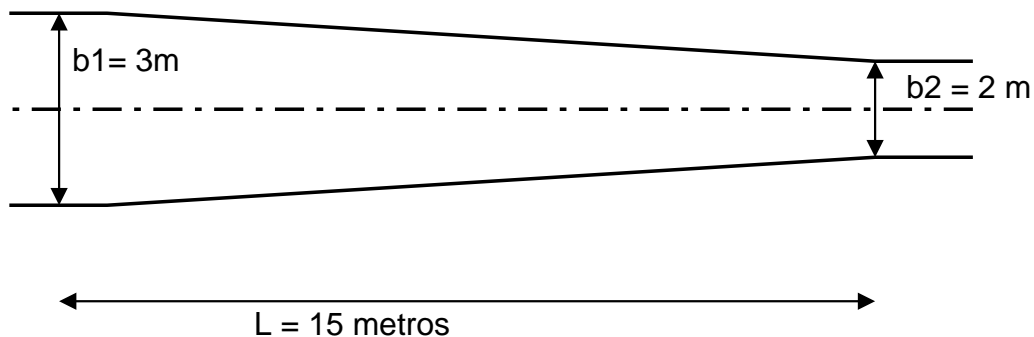
En un canal rectangular bajo condiciones de crisis, la energía específica es 1.5 veces el valor de la altura crítica

Teorema de Belauger-Boss

**“En una singularidad cualquiera a superficie libre, el flujo se produce de manera que el gasto es máximo y la energía mínima”
→ flujo crítico**

1.4 Energía en canales no prismáticos

Variación del ancho basal de un canal



Dado el caudal de $3 \text{ m}^3/\text{s}_2$ y una altura de 1.5 metros en la sección de aguas abajo, determinar el eje hidráulico

$$E_2 = y_2 + \frac{Q^2}{2g b^2 y_2^2} = 1.5(m) \quad Fr_2 < 1 \Rightarrow \text{Río}$$

Energía constante en todo el tramo

Luego:

$$E_i = y_i + \frac{Q^2}{2g b_i^2 y_i^2} \Rightarrow y_i^3 - E_i y_i^2 + \frac{Q^2}{2g b_i^2} = 0$$

Ecuación cúbica para y^3

En 1 tomamos solución de río, $E_1 = 1.55$ $y_1 = 1.53$ m

Angostamiento brusco de un canal rectangular

Al utilizar la ecuación de energía se puede demostrar que al disminuir el ancho:

- El río se deprime
- El torrente se peralta

Una disminución severa del ancho tendería a producir escurrimiento crítico.

Variaciones del fondo del canal (gradas)

Se debe plantear la conservación de la energía usando la ecuación:

$$\begin{aligned} E_1 &= E_2 + a && \text{para gradas de subida} \\ E_1 + a &= E_2 && \text{para gradas de bajada} \end{aligned}$$

Donde a es la altura de la grada. Es posible demostrar el siguiente resultado:

Para gradas de subida

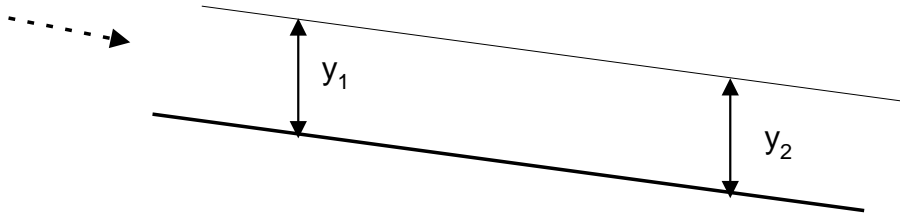
- **El torrente se peralta**
- **El río se deprime**

Si la grada es suficientemente alta, el río puede pasar a torrente

Para gradas de bajada

- **El torrente se deprime**
- **El río se peralta**

1.5 La cantidad de movimiento en canales



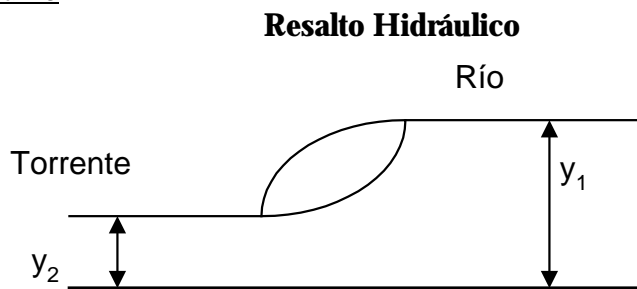
Ecuación de la Momenta

Se define la ecuación de momento en función del caudal y la geometría de la sección. \$Z\$ es la profundidad del centroide de la sección de escurrimiento.

$$M_i = \frac{Q^2}{g A_i} + Z A_i;$$

La energía y la momenta son mínimas para el régimen crítico.

Paso de torrente a río



En un resalto existen pérdidas de energía por turbulencias, pero se mantiene la cantidad de movimiento

Utilizando la ecuación de la momenta se tiene

$$\frac{Q^2}{g A_1} + Z_1 A_1 = \frac{Q^2}{g A_2} + Z_2 A_2$$

Las alturas y_1 e y_2 se denominan alturas conjugadas. Para un canal rectangular, se tiene la siguiente expresión:

$$\frac{y_1}{y_2} = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{2} + 2 Fr_2^2}$$

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8 Fr_2^2} - 1 \right)$$

Para estimar la longitud del resalto existen relaciones experimentales calculadas para canales rectangulares:

- Bakhmeteff : $l = 4.5 y_c$
- F.J. Domínguez : $\frac{l}{y_c} = 18 - 20 \frac{y_1}{y_c}$

Los resaltos son fenómenos inestables, en los que se desarrolla una gran turbulencia con la consiguiente pérdida de energía. Se deben ubicar en secciones rectangulares protegidas.

Aplicaciones de la ecuación de Momenta

1. Dado un valor de energía específica, se tienen dos alturas posibles

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

$$y_1 = y_r \text{ Régimen de río}$$

$$y_2 = y_t \text{ Régimen de torrente}$$

En la naturaleza se tiende a producir aquel régimen de flujo que este asociado a un mayor valor de cantidad de movimiento (momenta)

II FLUJO UNIFORME

Corresponde al escurrimiento que tiende a producirse si el canal no presenta variaciones en su trazado.

En este caso

$$\frac{\partial y}{\partial x} = 0$$

Bajo condiciones de flujo uniforme la pérdida de energía es igual a la pendiente del fondo del canal y a la pendiente de la superficie del agua. Se supone que las distribuciones de velocidad son iguales. En la práctica esta suposición se puede extender a cauces naturales con buenos resultados.

Fórmula de Manning

La ecuación que gobierna el régimen uniforme es la ecuación de Manning.

$$Q = \frac{\sqrt{i}}{n} R^{2/3} A$$

Donde:

- i = pendiente del canal
- R = radio hidráulico
- A = área
- Q = caudal
- N = coeficiente rugosidad de Manning

En general, cuando el canal es regular, con una sección definida y sin obstrucciones. La ecuación de Manning permite representar en forma adecuada el eje hidráulico del canal. Eso si, se requiere una adecuada estimación del valor de n.

Para determinar el valor de n para esto es posible seguir 4 caminos generales.

1. Consultar una tabla de valores de n
2. Tener conocimiento de los factores que afectan a n
3. Comparar con n de cauces controlados
4. Posibilidad de calcular analíticamente n

Factores que afectan al valor n

1. Rugosidad de la superficie → tamaño y forma de los granos que forman el lecho
2. Existencia de vegetación en el canal
3. Irregularidades del canal (en sección)
4. Existencia de curvas en el trazado
5. Erosión y depósito de finos
6. Obstrucciones
7. Tamaño y forma del canal
8. Altura de escurrimiento y caudal
9. Variaciones estacionales
10. Arrastre sedimentos

Cálculo de la altura normal

Datos Q, n, I

$$\rightarrow \text{resolver } Q = \frac{\sqrt{I}}{n} AR^{2/3}$$

III **Flujo rápidamente variado**

Corresponde al flujo que se produce cuando hay una irregularidad importante como una compuerta o un vertedero.

En general la ecuación que gobierna el FRV es del tipo

$$Q = Cc\sqrt{2gh}$$

Donde Cc es un coeficiente particular para cada caso.

Un caso especial de FGV corresponde al resalto hidráulico que consiste en una singularidad o alteración del eje hidráulico

Compuertas

$$Q = Cq \cdot b \cdot a\sqrt{2g y_0}$$

donde :

$$C_q = \frac{C_c}{\sqrt{1 + C_c \frac{a}{y_0}}}$$

$$C_c = 0.611$$

a: abertura de la compuerta



$$M_t = \frac{Q^2}{g A_{(y_1)}} + \frac{y_1 A_{(y_1)}}{2}$$

$$M_r = \frac{Q^2}{g A_{(y_n)}} + \frac{y_n A_{(y_n)}}{2}$$

Si $M_t > M_r \Rightarrow$ el resalto se produce aguas abajo.

Si $M_t \leq M_r \Rightarrow$ se produce un resalto ahogado

Algoritmo de cálculo

- Cálculo $y_2 \rightarrow$ altura normal.
- Cálculo $y_1 = 0.611 a$
- Cálculo M_1 y M_2 ($M_1 \rightarrow$ torrente; $M_2 \rightarrow$ río)
- Si $M_1 > M_2 \Rightarrow$ resalto aguas abajo se calcula y_0
- Si $M_2 \geq M_1 \Rightarrow$ resalto ahogado

Vertederos

Fórmula general

$$Q = C_q \cdot b \cdot h \cdot \sqrt{2gh}$$

Donde C_q es un coeficiente de descarga que depende del tipo de vertedero

Ejemplos:

Vertedero rectangular, pared delgada sin contracción lateral

$$Q = \frac{2}{3} C_c \cdot b \cdot h \sqrt{2gh}$$

$$C_c = 0.611$$

Vertedero triangular

$$Q = \frac{8}{15} C_c \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} h^2 \sqrt{2gh}$$

Vertedero pared gruesa

$$Q = C_q \cdot h \cdot b \sqrt{2gh}$$

$$C_q = f(h, a, \text{etc.})$$

$$B_1 = B_2 \rightarrow \mu = \sqrt{2gh}$$

4 FLUJO GRADUALMENTE VARIADO

Corresponde al flujo que se produce cuando existen alteraciones del eje hidráulico que deben conectarse para mantener la continuidad del escurrimiento en el canal.

Hipótesis fundamental

Bajo condiciones de flujo gradualmente variado (FGV), la pérdida de carga unitaria (Se) en una sección de un canal es la misma que existiría en condiciones de flujo uniforme con la misma velocidad y el radio hidráulico de la sección.

Para flujo uniforme $i = S_e$ por hipótesis para la sección:

$$i_{(0)} = S_{e(0)} = \left(\frac{Q n_o}{A_o R_o^{2/3}} \right)^2$$

El FGV puede ser representado por la siguiente ecuación:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o \left[1 - \frac{S_e}{S_o} \right]}{1 - F_r^2}$$

Donde:

$$\begin{aligned}
 y &= h \cos\theta \\
 S_e &= \text{pendiente línea de energía} \\
 S_a &= \text{pendiente línea agua} \\
 S_o &= \text{pendiente canal} \\
 Fr &= \text{número de Froude}
 \end{aligned}$$

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{g \frac{A}{I}}}$$

La ecuación del FGV requiere de condiciones de borde para su solución.

En régimen subcrítico (Río, $Fr < 1$) la condiciones de borde están dadas aguas abajo y el escurrimiento tiende a flujo uniforme hacia aguas arriba.

En régimen supercrítico (Torrente, $Fr > 1$) la condiciones de borde están dadas aguas arriba y el escurrimiento tiende a flujo uniforme hacia aguas abajo.

Bajo condiciones de régimen subcrítico la velocidad de escurrimiento es menor que en régimen supercrítico. Por esa razón los canales de riego de deben diseñar para funcionan en régimen subcrítico.

Analizando el FGV puede demostrarse que existe una combinación limitada de perfiles hidráulicos que pueden producirse. La solución de la ecuación del FGV y por consiguiente el cálculo de ejes hidráulicos consiste en combinar los perfiles de FGV adecuados que permiten conectar las singularidades que se producen en el canal.

TEORIA Y ANALISIS

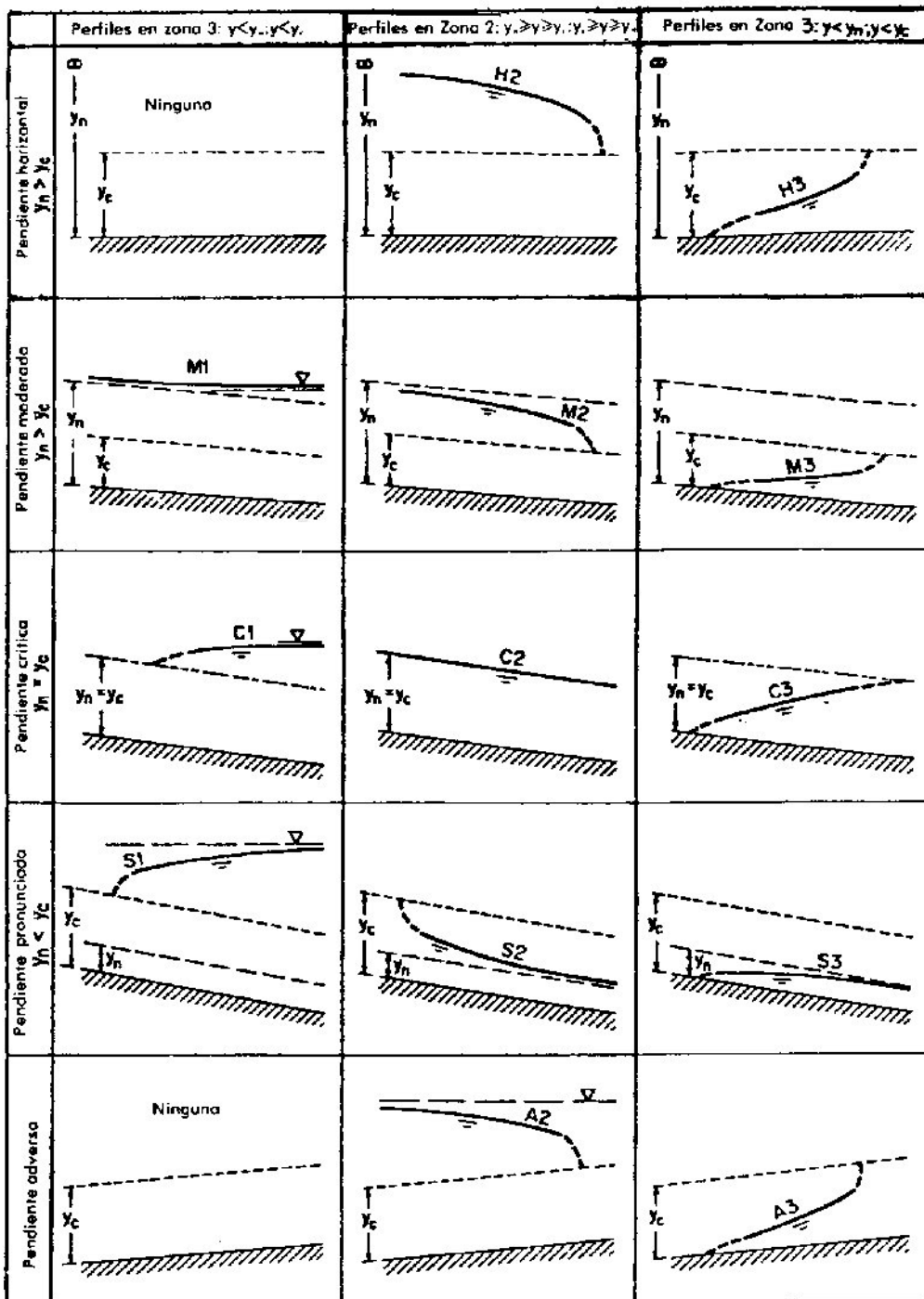


Figura 9-2. Clasificación de los perfiles del flujo gradualmente variado.

Cálculo de ejes hidráulicos

El cálculo se puede realizar por diferentes métodos usando un software como HCanales, pero es inútil intentarlo si no se entienden las condiciones que gobiernan el escurrimiento aguas abajo.

Se conoce como curva de remanso o eje hidráulico, al perfil longitudinal que adquiere la superficie libre del líquido en un canal, cuando se efectúa un escurrimiento bajo las condiciones de flujo gradualmente variado. Cualquiera que sea el método a utilizar, el cálculo de la curva de remanso se hace a partir de la ecuación dinámica del flujo gradualmente variado, es decir:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 \left[1 - \frac{Se}{S_0} \right]}{1 - F_r^2}$$

El cálculo de los perfiles del flujo gradualmente variado se realiza básicamente, dando solución a la ecuación dinámica del flujo gradualmente variado. Existen varios procedimientos para el cálculo, los mismos que en forma genérica se pueden clasificar en tres métodos básicos, a saber:

- Método de integración gráfica
- Método de integración directa
- Métodos numéricos

Método de integración gráfica

Este método está basado en la integración artificial de la ecuación dinámica del flujo gradualmente variado, mediante un procedimiento gráfico.

Método de integración directa

La expresión diferencial del flujo gradualmente variado, no puede expresarse explícitamente en términos del tirante y , para todos los tipos de sección transversal de un canal, por lo que el cálculo en forma directa y exacta de la ecuación no es posible en general. Sin embargo, se han introducido simplificaciones que hacen posible la integración en casos particulares, dentro de las cuales se tienen:

- Solución de Bakhmeteff
- Solución de Bresse

Métodos numéricos

El método numérico es el que tiene aplicaciones más amplias debido a que es adecuado para el análisis de perfiles de flujo tanto en canales prismáticos como no prismáticos.

Los métodos de integración numérica más utilizados son:

- Método directo por tramos
- Método de tramos fijos

Cálculo de una grada.

a) Se Considerará el caso de la última grada de 0.60 metros que coincide con el final del canal revestido.

Antecedentes de diseño:

- Caudal: $5 \text{ m}^3/\text{s}$
- Altura normal tramo sin revestir: $y_{sr}: 1.88 \text{ m}$
- Altura normal tramo revestido: $y_{cr}: 1.29 \text{ m}$



En la figura:

Y_2 : altura normal del canal aguas abajo

Y_1 : altura antes de la transición

Y_o : altura en la grada

Debido a que la altura de la grada es pequeña en comparación con la altura normal, podemos suponer que no existe resalto y que las pérdidas de energía son despreciables.

En la sección 2: $E_2 = 1.92$

Igualando energía

$$y_1 + \frac{Q^2}{2 \cdot 9.81 \cdot (b \cdot y_1)^2} - E_2 = 0$$

De lo anterior: $Y_1 = 1.86 \text{ m}$

Considerando conservación de energía en la grada

$$y_0 + \frac{Q^2}{2 \cdot 9.81 \cdot (b \cdot y_0)^2} - E_1 + a = 0$$

De la ecuación anterior:

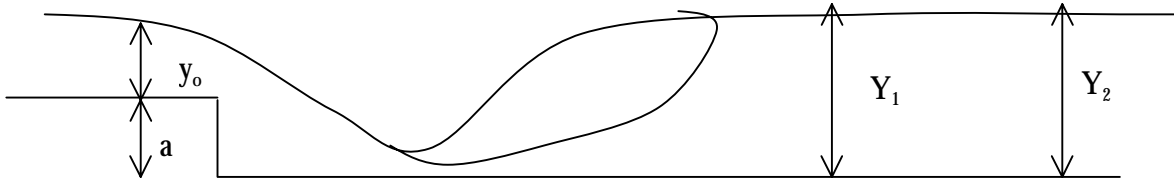
$$Y_0 = 1.17 \text{ m}$$

Como la altura normal del canal revestido es de 1.29 metros, el eje hidráulico se deprime al aproximarse a la grada, para posteriormente peraltarse al pasar por esta. Como las variaciones de eje hidráulico son pequeñas no es necesario calcular la longitud de las perturbaciones.

b) Se Considerará el caso de la última grada de 0.60 metros que coincide con el canal revestido.

Antecedentes de diseño:

- Caudal: $5 \text{ m}^3/\text{s}$
- Altura normal tramo revestido: $y_{cr}: 1.29 \text{ m}$



En la figura:

Y2: altura normal del canal aguas abajo

Y1: altura antes de la transición

Yo: altura en la grada

Debido a que la altura de la grada es pequeña en comparación con la altura normal, podemos suponer que no existe resalto y que las pérdidas de energía son despreciables.

En la sección 2: $E_2 = 1.41$

Igualando energía

$$y_1 + \frac{Q^2}{2 \cdot 9.81 \cdot (b \cdot y_1)^2} - E_2 = 0$$

De lo anterior: $Y_1 = 1.28 \text{ m}$

Considerando conservación de energía en la grada

$$y_0 + \frac{Q^2}{2 \cdot 9.81 \cdot (b \cdot y_0)^2} - E1 + a = 0$$

La ecuación anterior no tiene solución, lo que indica la existencia de un resalto. Usando el gráfico 183 del libro de F.J. Domínguez (Sexta edición) es posible estimar la longitud del resalto como:

$$\frac{l}{y_c} = 3 \cdot \left[\frac{a}{y_c} \right]^{0.3} + 18 - 20 \cdot \left[\frac{0.56}{\left[\frac{a}{y_c} \right]^{\frac{1}{6}}} \right]$$

Para el canal rectangular se tiene una altura crítica dada por

$$y_c = \left[\frac{Q}{b} \right]^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{g}}$$

$$y_c = 0.74 \text{ m}$$

La longitud total de la de perturbación aguas abajo de la grada es de:

$$L = 9.21 \text{ metros}$$